

Ecole préparatoire Djorf

\*\*\*\*

DEVOIR DE SYNTHESE

N°1

☆☆☆☆

PROFESSEURS: M<sup>r</sup> HADDAR M.  
M<sup>r</sup> JARRAY M.

SECTION : 1<sup>ère</sup> année

EPREUVE : MATHÉMATIQUES

Durée : 1h30mn

Date : 09 Décembre 2010

N.B : IL SERA TENU COMPTE DE LA CLARTÉ DE RAISONNEMENT

### EXERCICE 1 (4points)

Choisir la réponse exacte :

- 1)  $PGCD(2^{50}, 5^{20})$  égale à : a) 10                      b) 1                      c)  $10^{20}$   
2)  $|5\sqrt{6} - 6\sqrt{5}|$  est égale à : a)  $5\sqrt{6} - 6\sqrt{5}$                       b) 0                      c)  $6\sqrt{5} - 5\sqrt{6}$   
3) Si  $x \in ]-1, 1[$  alors : a)  $x^2 \in ]0, 1[$                       b)  $x^2 \in ]0, +\infty[$                       c)  $x \in ]1, +\infty[$   
4) Soient  $x$  et  $y$  deux nombres réels. L'expression  $\sqrt{(x-y)^2}$  est égale à :  
a)  $x-y$                       b)  $y-x$                       c)  $|x-y|$

### EXERCICE 2 (6points)

I/ On donne les réels suivants :  $a = 9 - 4\sqrt{5}$  et  $b = 9 + 4\sqrt{5}$

1°/ Montrer que  $a$  et  $b$  sont inverses.

2°/ Calculer alors l'expression  $A = a^2b^3 - a^3b^2$

3°/ a- Développer  $(2 - \sqrt{5})^2$  et  $(2 + \sqrt{5})^2$

b- Dédire  $\sqrt{a}$  et  $\sqrt{b}$

c- Montrer que  $\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{5}}$  est un entier naturel.

II/ Soit  $x$  un nombre réel tel que  $x \in [-1, 4]$ .

1°/ Donner un encadrement de  $2x+5$  et  $(2x+5)^2$ .

2°/ Dédire un encadrement de  $4x^2 + 20x + 13$ .

III/ Soit  $a$  un réel tel que  $a > 1$ , comparer  $\frac{a^2+1}{a-1}$  et  $a-1$ .

### EXERCICE 3 (5points)

I/ Soit  $ABC$  un triangle rectangle en  $A$  tel que  $AB = 6$  et  $AC = 8$ .

1°/ Calculer  $\tan \hat{c}$ .

2°/ a) Calculer  $BC$ .

b) Calculer  $\sin \hat{c}$  et  $\cos \hat{c}$ .

3°/ Soit  $[AH]$  la hauteur issue de  $A$ . Calculer  $CH$ .

II/ Soit  $x$  un angle aigu tel que  $\cos x = \frac{3}{5}$ .

1°/ Calculer  $\sin x$  et  $\tan x$ .

2°/ Montrer que pour tout angle aigu  $x$ , on a :

$$\frac{1 + (\tan x)^2}{(\tan x)^2} = \frac{1}{(\sin x)^2}$$

#### EXERCICE 4 (5points)

Soit la figure ci-contre tel que ABC est un triangle rectangle en A circonscrit au cercle ( $\zeta$ ) de diamètre BC],

$AB = 3\sqrt{3}$  et  $\hat{ABC} = 30^\circ$ .      **On donne**  $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$

1) Calculer AC.

2) Soit E le point de [AB] tel que  $AE = AC$  et soit H le projeté orthogonal de B sur (CE).

Les droites (BH) et (AC) se coupent en K.

a- Vérifier que H appartient au cercle ( $\zeta$ ).

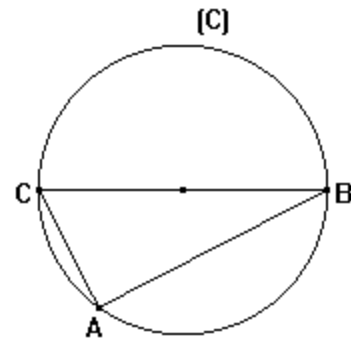
b- Montrer que  $\hat{ACE} = \hat{ABK} = 45^\circ$

c- En déduire que ABK est un triangle isocèle.

3) La parallèle à (BC) passant par A coupe (BK) en M et la parallèle à (AB) passant par M coupe (CK) en N.

a- comparer  $\frac{KM}{KB}$  et  $\frac{KN}{KA}$  puis  $\frac{KM}{KB}$  et  $\frac{KA}{KC}$

b- Déduire que  $KA^2 = KN \times KC$



**BON TRAVAIL**